



EXAMEN DE FEBRERO 1999

PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO CONCEPTUALES

1) Se atribuye al dramaturgo irlandés Bernard Shaw la siguiente frase: "**Si yo me como dos pollos y tu ninguno, la Estadística afirma que cada uno de nosotros, en promedio, nos comemos un pollo**". Utilice Vd. la metodología estadística para precisar el alcance y crítica de la anterior afirmación. Asimismo, razone si es consistente afirmar, para alguna de ambas situaciones, que el índice de Gini vale 0,5.

Solución.-

En ambos casos el promedio es 1 pero en el primer caso la desviación típica es 1 y el coeficiente de variación es 1, mientras que en el segundo caso la desviación típica es 0 y el coeficiente de variación 0. Luego la frase no es del todo justa pues la estadística, además de los promedios, trata también de las dispersiones.

En la primera situación el índice de Gini es 1 (máxima concentración) y en la segunda situación es cero (mínima concentración).

2) En el sector servicios el sueldo promedio es de 1.100 unidades monetarias. Si los varones constituyen el 70% de la población remunerada, ¿es factible que su ingreso promedio sea de 1.550 unidades monetarias?. Demuéstrese la certeza o falsedad de la pregunta.

Solución.-

Sea x el sueldo promedio de las mujeres que constituyen el 30% de la población remunerada. Si n es el total de la población, se tendrá:

$$\frac{0,7n \cdot 1550 + 0,3n \cdot x}{n} = 1100 \Rightarrow 1085 + 0,3x = 1100 \Rightarrow 0,3x = 15 \Rightarrow x = 50$$

Luego sería factible si el sueldo medio de las mujeres fuese de 50 u.m.

3) Si entre los coeficientes de regresión lineal simple b y b' se diese que $b = -1/b'$, razone cuáles de las siguientes alternativas podrían darse entre las rectas de regresión: **a)** son perpendiculares entre sí; **b)** son coincidentes y decrecientes ambas; **c)** forman entre sí un ángulo de 135° pues la tangente de 135° vale -1

Solución.-

Si $b' \neq 0$ finito, es imposible la relación dada pues b y b' han de tener el mismo signo ($b = \frac{m_{11}}{m_{20}}$ y $b' = \frac{m_{11}}{m_{02}}$). Si $b' = \infty \Rightarrow b = 0 \Rightarrow$ no existe recta de regresión de Y/X y sólo existe de X/Y : $x = \bar{x}$ (caso trivial) ; si $b' = 0 \Rightarrow b = \infty \Rightarrow$ no existe recta de regresión de X/Y y sólo existe de Y/X : $y = \bar{y}$ (caso trivial).

4) ¿Puede $F(x) = 2 - x$ ser una función de distribución de probabilidad de una variable aleatoria en el intervalo $0 \leq x \leq 2$?

Solución.-

No por que la función de distribución debe ser no negativa.



SEGUNDA PARTE: PROBLEMAS

I) Una empresa se dedica a la decoración de locales comerciales. Hasta el momento ha participado en 5 proyectos, en los cuales el número de metros cuadrados decorados y el número de horas directamente empleadas han sido las siguientes:

nº de m ²	nº de horas
1.000	10
4.000	15
5.000	18
7.000	20
8.000	22

La empresa decide presentarse a un concurso-proyecto para decorar 3.000 m², para lo cual deberá elaborar el correspondiente presupuesto económico.

Los datos a tener en cuenta para la elaboración del presupuesto económico son:

- a) El presupuesto sólo tendrá en cuenta los costes de instalación, ya que el material lo suministrará la entidad que convoca el concurso
- b) Para cubrir los restantes costes, la empresa decoradora incrementará su presupuesto en un 40% sobre el importe total de coste de la mano de obra que se utilice en el proyecto.
- c) El coste por hora de trabajo es de 3.000 pts.

Dada la situación particular en que se encuentra la empresa decoradora, le interesa participar en el concurso con un presupuesto con el que sólo cubra los costes.

Bajo estas condiciones, y en el supuesto de que el número de horas trabajadas sea función lineal del número de metros cuadrados decorados, se pide: **1)** ¿cuál será el presupuesto que presente la empresa decoradora?; **2)** ¿qué grado de fiabilidad tendrá la cifra de presupuesto presentado?; **3)** si se tratase de decorar, en un nuevo proyecto, 50.000 m², ¿qué crítica se le podría hacer al presupuesto que en su caso se presentase?

Solución.-

I.- 1º) Obtenemos la recta de regresión lineal de Y (nº de horas) sobre X (nº de m²) :

x	y	x ²	x·y	y ²
1000	10	10 ⁶	10·10 ³	100
4000	15	16·10 ⁶	60·10 ³	225
5000	18	25·10 ⁶	90·10 ³	324
7000	20	49·10 ⁶	140·10 ³	400
8000	22	64·10 ⁶	176·10 ³	484
25000	85	155·10 ⁶	476·10 ³	1533

$a_{10} = 5.000$; $a_{01} = 17$; $a_{20} = 31 \cdot 10^6$; $a_{02} = 306,6$; $a_{11} = 95,2 \cdot 10^3$, de donde se obtiene:

$m_{11} = 10,2 \cdot 10^3$; $m_{20} = 6 \cdot 10^6$ y $b = \frac{m_{11}}{m_{20}} = 1,7 \cdot 10^{-3}$. Luego la recta de regresión es:

$$y - 17 = 1,7 \cdot 10^{-3} (x - 5000) \Rightarrow y = 1,7 \cdot 10^{-3} x + 8,5$$

luego si $x = 3000 \text{ m}^2 \Rightarrow y = 13,6$ horas. Así pues, coste de la mano de obra = $= 13,6 \cdot 3000 + 40\% = 40.800 \text{ pts.} + 40\% = 57.120 \text{ pts.}$



2º) Calculamos el coeficiente de correlación:

$$R = \frac{m_{11}}{\sqrt{m_{20} \cdot m_{02}}} = \frac{10,2 \cdot 10^3}{\sqrt{6 \cdot 10^6 \cdot 17,6}} = 0,9925 \dots \text{ es decir, un grado de fiabilidad superior al 99\%.}$$

II) Suponiendo que en Madrid existe un 60% de mujeres y un 40% de hombres, y que un determinado coche están dispuestos a comprarlo un 5% de mujeres y un 2% de hombres, calcular: **a)** La probabilidad de que el cliente fuera mujer y que estuviera dispuesto a comprar el coche; **b)** Idem. hombre.

Solución.-

Consideremos los sucesos $H = \text{"ser hombre"}$; $M = \text{"ser mujer"}$; $C = \text{"estar dispuesto a comprar el coche"}$. Los datos que se tienen son : $P(H) = 0,4$; $P(M) = 0,6$; $P(C/H) = 0,02$; $P(C/M) = 0,05$. Se pide:

$$1^\circ) P(C \cap M) = P(M) \cdot P(C/M) = 0,6 \cdot 0,05 = 0,03$$

$$2^\circ) P(C \cap H) = P(H) \cdot P(C/H) = 0,4 \cdot 0,02 = 0,008$$