e-mail: **imozas@elx.uned.es**

INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA. (ADE). FEBRERO 2003 Examen tipo A
(Código de la asignatura 202. Código de la carrera 42)

PREGUNTAS TIPO TEST

1. En una distribución simétrica siempre se verifica que:
a) La media es igual a la moda. b) El rango depende del número de observaciones.
c) La mediana es el promedio del primer y tercer cuartil. d)Ninguna de las anteriores

Solución: c) La mediana es el promedio del primer y tercer cuartil.

Explicación:

Una distribución es simétrica si el diagrama de barras es simétrico respecto de la recta $x = \overline{x}$.

Sea N el número de observaciones que supondremos ordenadas de forma creciente:

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \leq x_{N-2} \leq x_{N-1} \leq x_N$$

Ser simétrica respecto de $\overline{x}$ significa que :

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_N}{2} = \frac{x_2 + x_{N-1}}{2} = \frac{x_3 + x_{N-2}}{2} = \cdot \cdot \cdot \cdot$$

obsérvense los numeradores:

$$x_1 + x_N = x_2 + x_{N-1} = x_3 + x_{N-2} = \cdot\cdot\cdot = x_p + x_{N-p+1} = \cdot\cdot\cdot$$

es decir, la suma de dos elementos cuyos subíndices sumen N+1 es constante.

La mediana coincide con la media ya que:

$$\text{si N es impar: Me} = x_{\frac{N+1}{2}} = \frac{x_{\frac{N+1}{2}} + x_{\frac{N+1}{2}}}{2} = \overline{x}\,;$$

$$\text{si N es par: Me} = \frac{x_{\frac{N}{2}} + x_{\frac{N}{2}+1}}{2} = \overline{x}\,.$$

Calculemos los cuartiles, para lo cual distinguiremos cuatro casos:

1$^{\underline{er}}$ caso: N = 4K+1 (múltiplo de 4 más 1):

$$\left.\begin{array}{l} Q_1 = x_{K+1} \\ Q_3 = x_{3K+1} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{Q_1 + Q_3}{2} = \frac{x_{K+1} + x_{3K+1}}{2} = \overline{x} = \text{Me}$$

(ya que los subíndices K+1 y 3K+1 suman 4K+2 = N+1)

2º caso: N = 4K+2 (múltiplo de 4 más 2):

$$\left.\begin{array}{l} Q_1 = x_{K+1} \\ Q_3 = x_{3K+2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{Q_1 + Q_3}{2} = \frac{x_{K+1} + x_{3K+2}}{2} = \overline{x} = \text{Me}$$

(ya que los subíndices K+1 y 3K+2 suman 4K+3 = N+1)

3$^{\underline{er}}$ caso: N = 4K+3 (múltiplo de 4 más 3):

$$\left.\begin{array}{l} Q_1 = x_{K+1} \\ Q_3 = x_{3K+3} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{Q_1 + Q_3}{2} = \frac{x_{K+1} + x_{3K+3}}{2} = \overline{x} = \text{Me}$$

(ya que los subíndices K+1 y 3K+3 suman 4K+4 = N+1)

4º caso: N = 4K (múltiplo de 4):

$$\left.\begin{array}{l} Q_1 = \dfrac{x_K + x_{K+1}}{2} \\ Q_3 = \dfrac{x_{3K} + x_{3K+1}}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{Q_1 + Q_3}{2} = \frac{\dfrac{x_K + x_{K+1}}{2} + \dfrac{x_{3K} + x_{3K+1}}{2}}{2} =$$

$$= \frac{\dfrac{x_K + x_{3K+1}}{2} + \dfrac{x_{K+1} + x_{3K}}{2}}{2} = \frac{\overline{x} + \overline{x}}{2} = \overline{x} = Me$$

(ya que los subíndices K y 3K+1 y los subíndices K+1 y 3K suman N+1, respectivamente).

2. De entre las siguientes medidas, indicar cual no es una medida de posición:

a) Moda
b) Recorrido
e) Media Armónica
d) Percentil

Solución: b) Recorrido

3. Dada la siguiente distribución podemos afirmar que:

X_i	1	4	7	8	10
n_i	2	1	3	5	2

a) La media es 6
b) Ninguna de las anteriores
c) La mediana es 7
d) La mediana y la moda coinciden

Solución:

Aquí tenemos un problema: resulta que la respuesta a) no es correcta, luego la b) sí es correcta; pero la respuesta d) también es correcta (la mediana y la moda valen 8).

4. Los coeficientes b y b' correspondientes a la regresión de Y sobre X y de X sobre Y respectivamente:

a) Tienen siempre el mismo signo
b) Su signo depende del término independiente a.
c) No tienen siempre el mismo signo
d) Ninguna de las anteriores

Solución: a) Tienen siempre el mismo signo

5. Si las observaciones de una distribución medida en metros la pasamos a yardas; tendremos que: a) La media aritmética no queda modificada b) El coeficiente de variación no queda afectado c) La varianza no queda afectada por la transformación d) Ninguna de las anteriores

Solución: b) El coeficiente de variación no queda afectado

Explicación:

Se trata de un cambio de escala. Si 1 m = k yardas ($k \cong 1{,}0936$, pero eso no importa), entonces si $\overline{x}$ y σ son la media y la desviación estándar, respectivamente, cuando las observaciones están dadas en metros, cuando estén dadas en yardas serán respectivamente $k\overline{x}$ y $k\sigma$, luego el coeficiente de variación $\frac{k\sigma}{k\overline{x}} = \frac{\sigma}{\overline{x}}$ no varía.

6. El uso de la técnica de regresión no permite: a) Evaluar el grado de relación causal entre las variables b) Describir el grado de evolución conjunta de las variables c) La respuestas a) y b) son correctas d) Ninguna de las anteriores

Solución: a) Evaluar el grado de relación causal entre las variables.

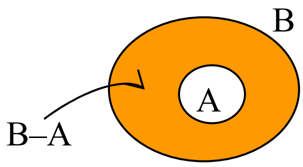
7. La deflactación de índices tiene por objeto la conversión de a) Precios corrientes del año actual a precios constantes b) Precios constantes del año base a precios constantes del año actual e) Precios constantes del año base a precios corrientes del año actual d) Ninguna de las anteriores

Solución: a) Precios corrientes del año actual a precios constantes

8. La expresión P(B – A) = P(B) – P(A) se cumple si: a) El suceso B está incluido en A; b) El suceso A está incluido en B; c)$A \cap B = \emptyset$; d) Ninguna de las anteriores

Solución: b) El suceso A está incluido en B

Explicación: Si $A \subset B \Rightarrow B = A \cup (B-A) \Rightarrow P(B) = P(A) + P(B-A) \Rightarrow P(B-A) = P(B) - P(A)$.



9. Sumando 5 a cada uno de los valores de una serie $X_i = x_1, x_2, \cdots x_n$, se obtiene la serie $X_i^* = x_1^*,\ x_2^*, \cdots x_n^*$; ambas series tendrán

a) La misma varianza y la misma media b) Ninguna de las anteriores

c) La misma media y distinta varianza d) La misma varianza y distintas medias

Solución: d) La misma varianza y distintas medias

Comentario: Aquí ocurre lo mismo que en la pregunta nº 3; la respuesta d) es correcta por que sumar 5 a cada serie equivale a efectuar un cambio de origen y por tanto la varianza no se ve afectada y la media sí; ahora bien, puesto que a) no es correcta, b) debería serlo.

10. Si el coeficiente de asimetría de Fisher es >0

a) La distribución es asimétrica negativa o a la izquierda b) Es simétrica

c) La distribución es asimétrica positiva o a la derecha d) Ninguna de las anteriores

Solución: c) La distribución es asimétrica positiva o a la derecha

EJERCICIOS PRÁCTICOS:

1. Una marca de motocicletas tiene 4 concesionarios: A, B, C y D. El 25% de las ventas las realiza el concesionario A, el 20% de las mismas el concesionario B, el 18% el concesionario C y el 37% el D. La probabilidad de que la venta resulte impagada es del 2%, 5%, 3% y 8% respectivamente en cada uno de los concesionarios. a) ¿Cuál es la probabilidad de que escogida una operación al azar resulte que es impagada?. b) Si una operación elegida al azar resulta impagada, ¿cuál es la probabilidad de que sea del concesionario B?.

Solución.- a) Se trata del teorema de la probabilidad total:

$$P(I) = 0{,}25 \cdot 0{,}02 + 0{,}20 \cdot 0{,}05 + 0{,}10 \cdot 0{,}03 + 0{,}37 \cdot 0{,}08 = 0{,}05.$$

b) Se trata de la fórmula de Bayes: $P(B/I) = \dfrac{0{,}01}{0{,}05} = 0{,}2.$

2. La siguiente distribución corresponde a la edad de los hombres españoles fumadores y el consumo medio de cigarrillos diario. Obténgase a) la recta de regresión. b) Obtenga la varianza residual. (razone los resultados).

Edad hombres fumadores	Cigarrillos diarios
l5 a 24	8
25 a 34	13
35 a 44	21
45 a 54	16

Solución.- Consideramos que el nº de cigarrillos es función de la edad (y no al revés). Por eso pondremos x_i (variable independiente) a la edad e y_i (variable dependiente) al nº de cigarrillos.

Intervalos	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
[15 , 25[	20	8	400	64	160
[25, 35[	30	13	900	169	390
[35, 45[	40	21	1600	441	840
[45, 55[	50	16	2500	256	800
	140	58	5400	930	2190

De la tabla se obtiene:

$a_{10} = 35$ $\quad$ $m_{11} = 40$

$a_{01} = 14{,}5$ $\quad$ $m_{20} = 125$

$a_{20} = 1350$ $\quad$ $m_{02} = 22{,}25$

$a_{02} = 232{,}5$

$a_{11} = 547{,}5$

Entonces la recta de regresión es: $y - 14{,}5 = \dfrac{40}{125}(x - 35) \leftrightarrow$ $\mathbf{y = 0{,}32x + 3{,}3.}$

La varianza residual: $\mathbf{S^2_{ry}} = m_{02} - m_{11} \cdot b = 22{,}25 - 40 \cdot 0{,}32 = \mathbf{9{,}45}$